

Conservatorio Superior de Badajoz.

Asignatura de Acústica.

Colección de problemas resueltos.

- 1.- Encontrar la expresión del intervalo entre dos sonidos de 352 Hz y 440 Hz.**

La razón entre estas dos frecuencias es

$$\frac{440}{352}$$

Simplificando el quebrado tenemos:

$$\frac{440}{352} = \frac{2^3 \times 5 \times 11}{2^5 \times 11} = \frac{5}{2^2} = \frac{5}{4}$$

- 2.- (Inversión) Hallar la expresión de la sexta menor, invirtiendo una tercera mayor $\left(\frac{5}{4}\right)$.**

De los sonidos representados en el quebrado $\frac{5}{4}$, el inferior (4) se sube una octava ($2 \times 4 = 8$) y se coloca como sonido agudo; el superior se coloca como sonido grave.

$$\text{inversión de } \frac{5}{4} = \frac{2 \times 4}{5} = \frac{8}{5}$$

- 3.- (Suma de intervalos) Hallar el intervalo resultante de añadir una 2ª $\left(\frac{9}{8}\right)$ a una 5ª $\left(\frac{3}{2}\right)$**

$$\frac{3}{2} \times \frac{9}{8} = \frac{3 \times 9}{2 \times 8} = \frac{27}{16}$$

- 4.- (Resta de intervalos) Hallar la diferencia entre una 5ª $\left(\frac{3}{2}\right)$ y una 2ª $\left(\frac{9}{8}\right)$**

$$\frac{3}{2} : \frac{9}{8} = \frac{3 \times 8}{2 \times 9} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}$$

Es una 4ª de la serie armónica (ver sonidos 3 y 4).

- 5.- Si tenemos un tono de $\frac{9}{8}$ y un semitono diatónico de $\frac{16}{15}$, ¿cuál es el semitono cromático?**

Habrà que hallar la diferencia entre dichos intervalos.

$$\frac{10}{9} \cdot \frac{16}{15} = \frac{10 \times 16}{9 \times 15} = \frac{150}{144} = \frac{2 \times 3 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{5 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 3} = \frac{25}{24}$$

6.- (Armónicos) Encontrar la expresión de la tercera menor de la serie armónica.

Buscamos una tercera menor en la serie y la encontramos entre los sonidos 5 y 6, por tanto el intervalo se expresa como

$$\frac{6}{5}$$

7.- Hallar el intervalo que sube el tono de una cuerda cuando se divide en cuartas partes.

La frecuencia es la del armónico 4, su valor es cuatro veces la fundamental y el intervalo es 2 octavas, como puede verse en la serie armónica entre los sonidos n° 4 y n° 1.

8.- (Encadenamiento de un intervalo) Encontrar el intervalo resultante de añadir dos cuartas justas.

$$\text{cuarta justa} = \frac{4}{3}$$

$$\text{dos cuartas justas} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$$

es una 7ª menor de la serie armónica (ver sonidos 9 y 16)

9.- (División de un intervalo por un número) Encontrar el intervalo mitad de la 7ª menor de $\frac{16}{9}$.

$$\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}$$

es una 4ª justa de la serie armónica.

10.- Encontrar el intervalo que es la tercera parte de la octava, y compararlo con la tercera mayor de $\frac{5}{4}$.

La tercera parte de la octava es $\sqrt[3]{2}$. Si multiplicamos y dividimos por 4, tendremos el mismo denominador que $\frac{5}{4}$ y podremos comparar los numeradores.

$$\frac{\sqrt[3]{2} \times 4}{4} = \frac{5,04}{4}$$

o sea, es algo más grande que la tercera mayor de $\frac{5}{4}$.

11.- (Cociente entre dos intervalos) Encontrar el número de veces que cabe un tono $\left(\frac{9}{8}\right)$ en la tercera mayor pitagórica $\left(\frac{81}{64}\right)$.

Es la operación de división de un intervalo por otro, que se efectúa mediante el logaritmo de un intervalo en la base del otro intervalo. Esta pregunta se puede formular de la siguiente manera: encontrar el valor del exponente x que cumpla

$$\left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{81}{64}.$$

En general, si

$$A^x = B$$

el valor de x es

$$x = \text{Log}_A B$$

y para hallar el logaritmo en una base distinta, dividimos por el logaritmo de la base:

$$\text{Log}_A B = \frac{\text{Log } B}{\text{Log } A}$$

Estos últimos logaritmos se pueden calcular en cualquier base.

Por tanto lo hacemos con los intervalos del enunciado:

$$\text{Log}_{\frac{9}{8}}\left(\frac{81}{64}\right) = \frac{\text{Log } \frac{81}{64}}{\text{Log } \frac{9}{8}} = 2$$

y, efectivamente, comprobamos que

$$\left(\frac{9}{8}\right)^2 = \frac{9^2}{8^2} = \frac{81}{64}$$

12.- (Aplicación de un intervalo a una nota) Encontrar la frecuencia de una nota que esté a una 3ª mayor $\left(\frac{5}{4}\right)$ sobre 440 Hz.

Sólo hay que multiplicar la frecuencia de la nota por la fracción del intervalo.

$$440 \text{ Hz} \times \frac{5}{4} = 550 \text{ Hz}$$

13.- Encontrar la frecuencia de una nota situada una quinta por debajo de 440 Hz.

a) dividiendo por el intervalo en forma directa:

$$440 \text{ Hz} : \frac{3}{2} \approx 293 \text{ Hz}$$

b) multiplicando por el intervalo en forma inversa:

$$440 \text{ Hz} \times \frac{2}{3} \approx 293 \text{ Hz}$$

14.- (Batidos) Hallar la frecuencia de los batidos existentes entre dos tonos de 440 Hz y 445 Hz.

Los batidos tienen una frecuencia igual a la diferencia entre las de los dos tonos.

$$\text{frec. de los batidos entre 440 Hz y 445 Hz} = 445 - 440 = 5 \text{ Hz.}$$

15.- (Intervalos especiales) ¿Cuál es la expresión de la coma pitagórica?

a) Diferencia entre doce quintas justas y siete octavas:

$$12 \text{ quintas} : 7 \text{ octavas} =$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12} : \left(\frac{2}{1}\right)^7 =$$

$$\frac{3^{12}}{2^{12} \times 2^7} = \frac{531441}{524288}$$

b) Diferencia entre seis tonos y una octava:

$$6 \text{ tonos} : 1 \text{ octava} =$$

$$\left(\frac{9}{8}\right)^6 : \frac{2}{1} =$$

$$\frac{531441}{262144} : \frac{2}{1} = \frac{531441}{524288}$$

16.- ¿Cuál es la expresión de la coma sintónica?

a) Diferencia entre tono grande y tono pequeño:

$$\frac{9}{8} : \frac{10}{9} = \frac{81}{80}$$

b) Diferencia entre tercera mayor pitagórica y tercera mayor justa:

$$3^{\text{a}} \text{ M pitagórica} : 3^{\text{a}} \text{ M justa} =$$

$$\left[\left(\frac{3}{2} \right)^4 : \left(\frac{2}{1} \right)^2 \right] : \frac{5}{4} =$$

$$\left[\frac{3^4}{2^4 \times 2^2} \right] : \frac{5}{4} =$$

$$\frac{81}{64} : \frac{5}{4} = \frac{81 \times 4}{64 \times 5} = \frac{81}{80}$$

c) Diferencia entre tercera menor justa y tercera menor pitagórica:

3ª m justa : 3ª m pitagórica =

$$\frac{6}{5} : \left[\text{inversión de} \left(\frac{3}{2} \right)^3 : \left(\frac{2}{1} \right) \right] =$$

$$\frac{6}{5} : \left[\text{inversión de} \frac{3^3}{2^3 \times 2} \right] =$$

$$\frac{6}{5} : \left[\text{inversión de} \frac{27}{16} \right] =$$

$$\frac{6}{5} : \frac{16 \times 2}{27} =$$

$$\frac{6}{5} : \frac{32}{27} = \frac{27 \times 6}{32 \times 5} = \frac{162}{160} = \frac{81}{80}$$