Conservatorio Superior de Música de Badajoz.
Asignatura de Acústica.
Profesor: Francisco Vila Doncel.

Procedimiento para hallar la frecuencia de un sonido dado.

Generalidades.

Utilizaremos la expresión **f**(*Nota x*) que debe leerse: "la frecuencia de la nota x".

La frecuencia de los diversos sonidos utilizados en música se calcula a partir de un sonido cuya frecuencia se fija por convención; nosotros tomaremos el *la*4 de 440 Hz.

La numeración de las octavas rige para las notas de *do* a *si* ambas inclusive; por lo tanto, el *do* situado por encima del *si*4 es el *do*5.

Puesto que el factor o la fracción característica de un intervalo representa la relación de frecuencias entre los dos sonidos que forman el intervalo, del más agudo respecto del más grave, para **subir** una nota un determinado intervalo se **multiplica** por el factor o la fracción, y para **bajar** se **divide**.

Ejemplo:

La fracción característica de la quinta justa es 3/2; es tanto como decir que la relación de frecuencias entre dos notas a distancia de quinta es de 3 a 2 (de la nota aguda respecto de la grave). Por tanto, si la frecuencia del *la*4 es de 440 Hz, la del *mi*5, situado una quinta por encima, será de

$$\mathbf{f}(mi5) = \mathbf{f}(la4) \times \text{quinta justa}$$
$$\mathbf{f}(mi5) = 440 \times 3/2 = 660 \text{ Hz.}$$

De forma más general y para hallar sonidos en otras octavas, se siguen los siguientes pasos:

1) Se toma el *la* que forme con el sonido cuya frecuencia se busca, un intervalo ascendente;

2) La frecuencia de este *la* se determina multiplicando o dividiendo por 2 la frecuencia del *la*4 tantas veces como octavas se hayan ascendido o descendido para llegar a él desde el *la*4;

3) Una vez determinada la frecuencia del *la* anteriormente mencionado, se multiplica por la fracción que corresponde al intervalo formado por dicho *la* con el sonido cuya frecuencia se busca. El producto obtenido será la frecuencia buscada.

Por la serie armónica

Este método es alternativo al del círculo de quintas que se utiliza en el libro de J. J. Goldáraz Gaínza: "Afinación y temperamento en la música occidental", más orientado a la práctica de la afinación de instrumentos de tecla.

Para calcular la frecuencia de un sonido cualquiera de la escala diatónica justa utilizaremos la tabla de fracciones características de los intervalos según la serie armónica.

Para subir	Multiplicar por
Octava justa: 2/1 4/2 6/3 8/4 etc	2/1
Quinta justa: 3/2 6/4 9/6 etc	3/2
Cuarta justa: 4/3 8/6 16/12 etc	4/3
Tercera mayor:	5/4
Tercera menor:	6/5
Sexta mayor:	5/3
Sexta menor:	8/5
Segunda mayor o tono grande:	9/8
Segunda mayor "física" o tono pequeño:	10/9
Séptima mayor:	15/8
Séptima menor:	9/5
Semitono diatónico:	16/15
Semitono cromático:	25/24
Coma sintónica:	81/80

Ejemplo:

Determinemos la frecuencia del sonido *sol*3:

1) El *la* que debe considerarse es *la*2 que forma con *sol*3 una séptima menor;

2) La frecuencia de *la*2 será:

$$\mathbf{f}(la2) = \mathbf{f}(la4) \div \text{dos octavas}$$
$$\mathbf{f}(la2) = 440 /2 /2 \qquad = 110 \text{ Hz}$$

3) La fracción que corresponde a la séptima menor es 9/5, por lo tanto la frecuencia del *sol*3 será:

$$\mathbf{f}(sol3) = \mathbf{f}(la2) \times \text{séptima menor}$$
$$\mathbf{f}(sol3) = 110 \times 9/5 \qquad = 198 \text{ Hz.}$$

Cuando se busca la frecuencia de un sonido alterado se procede en primer lugar haciendo caso omiso de la alteración y luego se multiplica o divide por la fracción 25/24 que representa el semitono cromático, según que la alteración sea ascendente o descendente.

Ejemplo:

Hallemos la frecuencia del sonido *re*#7:

1) Buscamos la frecuencia de *re*7 (por el método anterior): *la*6 forma una cuarta justa con *re*7; tendremos por lo tanto:

$$\mathbf{f}(re7) = \mathbf{f}(la6) \times \text{cuarta justa}$$
$$\mathbf{f}(la6) = \mathbf{f}(la4) \times \text{dos octavas}$$
$$\mathbf{f}(re7) = \mathbf{f}(la4) \times \text{dos octavas} \times \text{cuarta justa}$$
$$\mathbf{f}(re7) = 440 \times 2 \times 2 \times 4/3 \qquad = 2346{,}66 \text{ Hz}$$

2) para ascender un semitono cromático, multiplicamos por 25/24:

$$\mathbf{f}(re\#7) = \mathbf{f}(re7) \times \text{semitono cromático}$$
$$\mathbf{f}(re\#7) = 2346{,}66 \times 25/24 \qquad = 2444{,}43 \text{ Hz}$$

Si se halla por este procedimiento la frecuencia de dos sonidos que habitualmente se toman como enarmónicos, puede observarse que no coinciden.

Ejemplo:

Hallaremos la frecuencia de los sonidos *la*#4 y *si*♭4:

$$\mathbf{f}(la\#4) = \mathbf{f}(la4) \times \text{semitono cromático}$$
$$\mathbf{f}(la\#4) = 440 \times 25/24 \qquad = 458{,}33 \text{ Hz}$$

$$\mathbf{f}(si\flat4) = \mathbf{f}(la4) \times \text{segunda mayor} \div \text{semitono cromático}$$
$$\mathbf{f}(si\flat4) = 440 \times 9/8 \div 25/24 \qquad = 475{,}2 \text{ Hz}$$

Sistema temperado

En este sistema, la octava se divide en doce partes iguales; cada una de estas partes es un **semitono temperado** y su factor de frecuencia es:

$$s = \sqrt[12]{2} = 1{,}059463094359$$

Por tanto, para hallar la frecuencia de una nota cualquiera a partir de una dada, sólo hay que saber cuántos semitonos temperados hay entre ellas, y multiplicar por este factor dicho número de veces, tal y como se ve en la siguiente tabla:

para subir	**nº de semitonos**	**multiplicar por**
2ª menor	1	s = 1,059463
2ª Mayor	2	s^2 = 1,122462
3ª menor	3	s^3 = 1,189207
3ª Mayor	4	s^4 = 1,259921
4ª Justa	5	s^5 = 1,334840
4ª Aumentada	6	s^6 = 1,414214
5ª Justa	7	s^7 = 1,498307
6ª menor	8	s^8 = 1,587401
6ª Mayor	9	s^9 = 1,681793
7ª menor	10	s^{10} = 1,781797
7ª Mayor	11	s^{11} = 1,887749
Octava	12	s^{12} = 2,000000

Se observa, asimismo, que la octava sigue teniendo un factor de 2, por la propia definición de semitono temperado.

Puesto que el semitono cromático es igual al diatónico, las notas enarmónicas tales como *la*# y *si*♭, tienen exactamente la misma frecuencia.

Ejemplo:

Hallar la frecuencia del *do*6;

$$\mathbf{f}(do6) = \mathbf{f}(la5) \times \text{tres semitonos temperados}$$

y como

$$\mathbf{f}(la5) = \mathbf{f}(la4) \times \text{octava} = 440 \times 2 = 880 \text{ Hz},$$

resulta**:**

$$\mathbf{f}(do6) = 880 \times s \times s \times s = 880 \times s^3 = 880 \times 1{,}189207 = 1046{,}50216 \text{ Hz}.$$

Es de notar que, mientras la quinta justa tiene un factor de

$$\frac{3}{2} = 1{,}5$$

la quinta temperada tiene un factor de

$$s^7 = 1{,}498307$$

o, lo que es lo mismo:

$$\frac{2{,}996614}{2}$$

es decir, ligeramente más pequeña.

Para comparar las dos quintas, nada mejor que escuchar los batidos que producen al sonar simultáneamente. Subimos una quinta al *do*6:

$$\mathbf{f}(do6) = 1046{,}50216 \text{ Hz}.$$

Por sistema temperado:

$$\mathbf{f}(sol6) = \mathbf{f}(do6) \times s^7 = 1046{,}50216 \times 1{,}498307 = 1567{,}981511843$$

Utilizando la quinta justa:

$$\mathbf{f}(sol6) = \mathbf{f}(do6) \times \text{quinta justa} = 1046{,}50216 \times 1{,}5 = 1569{,}75324$$

Los batidos tienen una frecuencia igual a la diferencia entre las dos que hemos calculado:

f(batidos) = **f**(*sol*6 temperado) - **f**(*sol*6 justo) = 1569,75324 - 1567,981511843 ≈ 1,77 Hz

o sea, cerca de dos batidos por segundo.